

DESIGN BY ANALYSIS

Introduktion til beregning af trykudstyr ved brug af finite element metoden

Lars Bo Hansen

MATICON – Betonvej 10, DK-4000 Roskilde, Danmark - www.maticon.dk

1.0 Indledning

Styrkeberegning af trykbærende komponenter som cylindriske og kegleformede svøb, flanger, endebunde, rørplader, studse mv., sker traditionelt ved anvendelse af formeludtryk fra anerkendte normer og standarder.

Dette er økonomisk set den mest enkle metode i forbindelse med design og beregning af trykudstyr, men det kræver at forudsætningerne for brugen af formlerne overholdes.

I den europæiske standard for ufyrede trykbeholdere, EN 13445, er der bl.a. den forudsætning for design af torisfæriske endebunde, heriblandt kløpperbunde, at krempens indre radius som minimum er 6% af den indre diameter ($r \geq 0.06 \cdot Di$).

Kommer man i den situation at forudsætningerne ikke kan opfyldes eller at der ikke findes noget formeludtryk til beregning af den givne trykkomponent, er dette ikke ensbetydende med at komponenten ikke må anvendes, med mindre dette naturligvis står direkte angivet i standarden eller lovgivningen. Man er i sådan et tilfælde nød til at udføre beregningen på en anden led.

Her er det oplagt at benytte finite element metoden (FEM), som efterhånden er vidt udbredt og benyttet i jern- og metalindustrien, da mange af de større CAD programmer har FEM moduler implementeret.

For at sikre at resultaterne fra en FEM beregning er forsvarlige og lever op til eksempelvis Trykdirektivets krav om sikkerheds- og sundhedsmæssige forsvarlige produkter, er der i de fleste anerkendte normer og standarder opstillet retningslinjer for hvorledes en FEM beregning gennemføres og efterfølgende analyseres.

I de følgende afsnit vil der blive givet en kort introduktion til finite element beregning og analyse af trykbærende udstyr, ved brug af de metoder som er angivet i EN 13445-3, Anneks B og C – "Design By Analysis" (DBA).

Det er ikke en fyldestgørende forklaring på hvorledes en FEM beregning og analyse skal gennemføres iht. de nævnte metoder, men en kortfattet introduktion til at man som virksomhed kan komme i gang med at udføre FEM beregninger og analyse på korrekt vis og iht. anerkendte normer og standarder.

2.0 Design By Analysis (DBA)

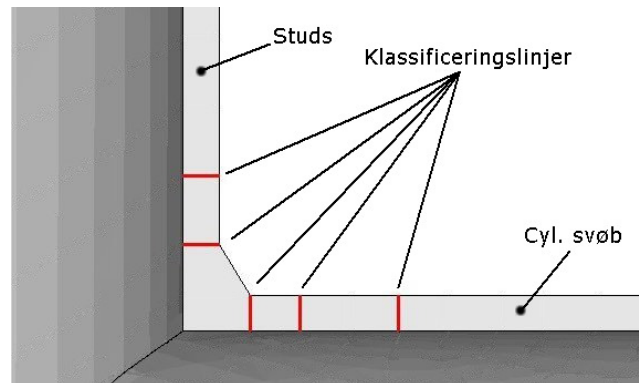
Et alternativ til design ved brug af formler blev introduceret i 1960'erne, hvor spændingsanalyse, benævnt som "Design By Analysis" (DBA), blev introduceret i ASME III for trykbærende udstyr til nukleare installationer.

Metoden blev efterfølgende implementeret i en række design koder for trykudstyr, herunder bl.a. ASME VIII – Div.2, BS 5500 m.fl.

Spændingsanalysen er baseret på lineære elastiske beregninger, hvor linearisering af spændinger sker henover

et tværsnit og efterfølgende klassificeres i primære- og sekundære spændinger samt evt. spændingskoncentrationer.

En væsentlig ulempe ved metoden er den, at det for komplicerede geometrier kan være vanskeligt for designeren at klassificere de respektive spændinger korrekt, hvorved man kan ende op med u hensigtsmæssige resultater.



Figur 1. Eksempel på klassificeringslinjer hen over tværsnittet på et cylindrisk svøb med studs (3D model).

Lineariseringsmetoden er på trods af dette stadig vidt benyttet og er inkluderet i EN 13445-3, Anneks C, "Design By Analysis – Method Based on Stress Categories".

En anden og forholdsvis ny analysemetode findes i EN 13445-3, Anneks B, og betegnes som "Design By Analysis – Direct Route". Denne metode involverer inelastiske (plastiske) beregninger og de fundne resultater er direkte brugbare i den efterfølgende analyse.

Man kommer derved udover problematikken mht. at linearisere og klassificere de respektive spændinger korrekt. Derved kan langt mere komplicerede geometrier på enkelt vis beregnes og analyseres. Ulempen ved metoden er den, at der kræves et rimeligt kendskab til inelasticitet og ikke-lineære beregningsmodeller.

3.0 Design By Analysis – Direct Route

Trykbærende udstyr kan ligesom andre mekaniske konstruktioner havare på forskellig led. Det kan eksempelvis være ved udmattelse, duktilt brud, foldning/buling/buckling mv.

Derfor er det nødvendigt at man i forbindelse med finite element beregning og analyse foretager en vurdering af samtlige relevante svigtformer, således der sikres en optimal og sikkerhedsmæssig forsvarlig konstruktion.

I standarden EN 13445 listes en række relevante områder, også kaldet "design checks", som man bør vurdere på:

1) *Gross Plastic Deformation (GPD)*. Dette er en svigtform som relaterer sig til et brud eller kollaps af trykudstyret på grund af omfattende plastisk flydning.

2) *Progressive Plastic Deformation (PD)*. Denne svigtform er relateret til varierende (cykliske) påvirkninger, hvor den plastiske deformation gradvist øges i takt med de varierende påvirkninger og som slutteligt fører til et brud eller kollaps af trykdstyret.

3) *Instability (I)*. Instabilitet er en svigtform der optræder på grund af foldning/buling/buckling. Dette er specielt væsentligt for, men ikke begrænset til, tyndvæggede trykkomponenter.

4) *Fatigue (F)*. Der skal vurderes på trykdstyret mht. udmattelse. En vurdering kan eksempelvis ske ved at benytte kapitel 18 i EN 13445-3, kombineret med resultaterne fra FEM beregningen.

5) *Static Equilibrium (SE)*. Statisk ligevægt. Dette er relateret til global bevægelse af trykdstyret og eksempelvis om det vælter pga. den påførte belastning.

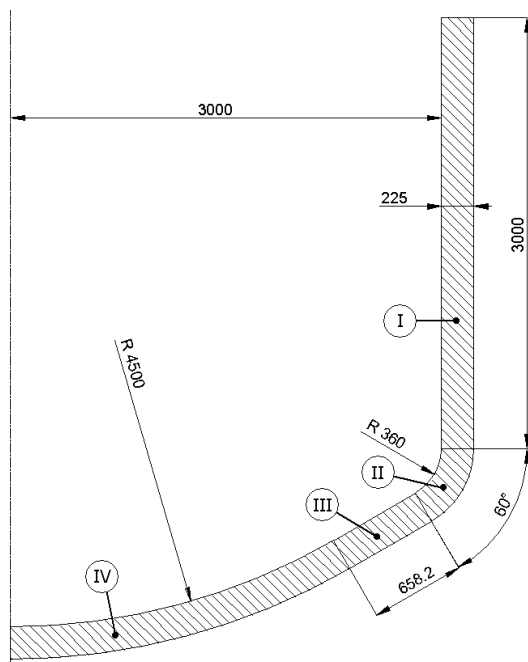
Der findes andre områder som ligeledes kan være relevante, herunder bl.a. krybning. I EN 13445-3, Anneks B, er der et specifikt afsnit som omhandler DBA for trykdstyr i krybeområdet.

Yderligere oplysninger om krav, kriterier og principper som anvendes i forbindelse med FEM beregninger og den efterfølgende analyse, kan findes i Anneks B eller C i EN 13445-3.

I det følgende vil der blive set på en FEM beregning og analyse af en torisfærisk endebund med et konisk mellemstykke. Eksemplet er fra en omfattende undersøgelse foretaget af JPVRC (Japan Pressure Vessel Research Council) i 1995 og er på enkelte områder tilpasset således det stemmer overens med kravene i EN 13445-3, Anneks B.

4.0 FEM/FEA af torisfærisk endebund

Figur 2 viser geometri og dimensioner for en torisfærisk endebund med et konisk mellemstykke.



Figur 2. Aksesymmetrisk geometri for torisfærisk endebund med konisk mellemstykke.

- I. Cyl. svøb ($R=3000$ mm ; $t=225$ mm ; $L=3000$ mm)
- II. Kremp ($r=360$ mm ; $t=225$ mm)
- III. Konisk svøb (60° ; $L=658,2$ mm ; $t=225$ mm)
- IV. Sfærisk svøb ($R=4500$ mm ; $t=225$ mm)

Materialet er ferritisk stål med en flydespænding på 276 N/mm² og et elasticitetsmodul på 175.000 N/mm². Krybning antages ikke at være relevant i forbindelse med dette eksempel.

En aksesymmetrisk finite element model er bygget op iht. figur 2 ved brug af 8-node aksesymmetriske elementer med reduceret integration.

Der er valgt en inddeling på 10 elementer henover tværsnittet. Elementer i krempområdet er yderligere fininddelt. Modellen består samlet 2870 elementer og 9205 noder.

I toppen af det cylindriske stykke er grænsebetingelserne sat således at bevægelse kun er mulig i horisontal retning.

Noder som er sammenfaldende med centeraksen kan udelukkende bevæge sig i vertikal retning.

Konstruktionen er påvirket af et indre overtryk. Det maksimalt tilladelige overtryk, $P_{all,DBA}$, iht. EN 13445-3, Anneks B, skal bestemmes.

Eksemplet inkluderer beregning ved brug af standardens formler samt to "design checks": GPD og PD.

4.1 Beregning ved brug af formler

Før der gennemføres en FEM beregning og analyse er det naturligvis interessant at undersøge hvilke resultater man kommer frem til ved brug af formler iht. EN 13445-3.

Svejsfaktoren sættes til $z=1,0$, dvs. kontrolomfanget er på 100%.

Der anvendes en sikkerhedsfaktor på 1,5 over for flydespændingen, hvilket giver en designspænding på, $f = 276/1,5 = 184$ N/mm².

Det cylindriske svøb beregnes på normal vis iht. formlerne i standardens sektion 7 og giver et maksimalt tilladeligt indre overtryk på 133 bar.

For keglesvøbet kan der maksimalt have et indre overtryk på 96 bar, under forudsætning af en krempradius på $r=360$ mm og en halv topvinkel på 60° (vinkel i forhold til lodret). Længden af keglesvøbet er dog forholdsvis kort og mindre end hvad der foreskrives i standardens sektion 7.6.5.

Da kriterierne i sektion 7.6.5 ikke overholdes for keglesvøbet, kan beregningen i stedet foretages ved direkte anvendelse af den største indvendige diameter. Derved findes et maksimalt indre overtryk på 72 bar.

Den sfæriske part, som er i forlængelse af keglesvøbet, findes der ingen direkte brugbar formel for. Man kan i første omgang regne det som en kuplet bund iht. standardens sektion 12, hvorved man kommer frem til et tilladeligt indre overtryk på 110 bar.

Man kan videre regne det som et sfærisk svøb med en kuplingsradius på 4500 mm, hvorved man kommer frem til et maksimalt indre overtryk på 179 bar.

Som en tredje mulighed kan man regne den sfæriske part som en torisfærisk endebund med en kupplingsradius på 4500 mm, hvorved man kommer frem til et maksimalt indre overtryk på 147 bar. Kriteriet mht. at krempradius skal være to gange større end godstykkelsen opfyldes dog ikke. Krempradius er på 360 mm og kravet er $r_{min}=2 \cdot t = 2 \cdot 225 = 450$ mm.

Ud fra formelberegningerne kan det konkluderes at keglesvøbet er den dimensionsgivende komponent og det tilladige indre overtryk er på:

$$P_{\text{all,DBF}} = 72 \text{ bar}$$

Men kan man være sikker på at det indre overtryk er optimalt og acceptabelt, i og med den kuplede del af konstruktionen ikke kan regnes ud fra direkte brugbare formler samt at keglesvøbet er forholdsvis kort?

Nej - det kan man umiddelbart ikke og et involveret bemyndiget organ vil givetvis kræve yderligere beregningsmæssig dokumentation.

Det vil i dette tilfælde være oplagt at foretage en finite element beregning og analyse iht. retningslinjerne i EN 13445-3, Anneks B.

4.2 FEM/FEA – Design check for GPD

Ved beregning og analyse mht. "Gross Plastic Deformation" (GPD), stilles der i EN 13445-3, sektion B.8.2 bl.a. følgende krav:

- Lineær elastisk, ideal-plastisk materialemodel
- Tresca's flydehypotese
- 1. ordens teori (infinitesimal tøjning)
- Maks. 5% hovedtøjning for normal drift

Partialkoefficienter og spændingsværdier bestemmes ligeledes iht. de krav som findes i sektion B.8.2.

En lineær-elastisk, ideal-plastisk materialemodel findes i de fleste FEM programmer. De tilgængelige materialemodeller er oftest baseret på Von Mises flydehypotese, hvor der i standarden kræves brug af Tresca's flydehypotese.

En materialemodel baseret på Von Mises flydehypotese kan dog anvendes såfremt man multiplicere flydespændingen med en faktor på $\sqrt{3}/2=0,866$, hvilket svarer til den størst mulige afvigelse imellem de to flydehypoteser.

I dette eksempel anvendes begge materialemodeller, således resultaterne efterfølgende kan sammenlignes.

Da konstruktionen i eksemplet er belastet med et indre overtryk, er partialkoefficienten for belastningen iht. tabel B.8.1 på $\gamma_p=1,2$.

Partialkoefficienten for flydespændingen er på $\gamma_R=1,25$ iht. tabel B.8.2, gældende for ferritisk stål med et forhold imellem flyde- og brudspænding på maks. 0,8 ($R_{pt}/R_m \leq 0,8$).

Da konstruktionen udelukkende er belastet med et indre overtryk samt materialemodellen er baseret på Von Mises flydehypotese, multipliceres det beregnede overtryk med faktoren 0,866.

Ved et indre overtryk på $P_{\text{max}} = 21,44 \text{ N/mm}^2$ opnås 5% hovedtøjning i krepområdet, jf. figur 3.

Dette giver et tilladeligt indre overtryk på:

$$P_{\text{all,GPD}} = 0,866 \cdot P_{\text{max}} / (\gamma_p \cdot \gamma_R) \quad \Leftrightarrow$$

$$P_{\text{all,GPD}} = 0,866 \cdot 21,44 / (1,2 \cdot 1,25) = 12,38 \text{ N/mm}^2$$

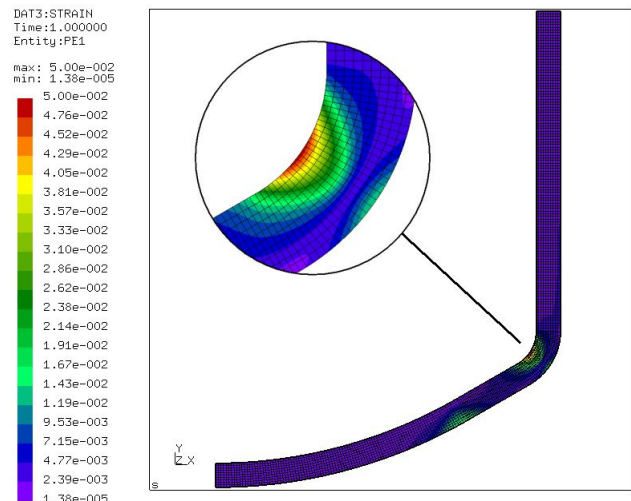
Ved at benytte en materialemodel som er baseret på Tresca's flydehypotese, findes det maksimale indre overtryk (ved 5% hovedtøjning) til $P_{\text{max}} = 19,08 \text{ N/mm}^2$.

Dette giver et tilladeligt indre overtryk på:

$$P_{\text{all,GPD}} = P_{\text{max}} / (\gamma_p \cdot \gamma_R) \quad \Leftrightarrow$$

$$P_{\text{all,GPD}} = 19,08 / (1,2 \cdot 1,25) = 12,72 \text{ N/mm}^2$$

Ved at anvende en materialemodel baseret på Tresca's flydehypotese, findes i dette tilfælde et tilladeligt indre overtryk som er ca. 2,75% højere end det tilladige overtryk iht. Von Mises materialemodellen.



Figur 3. GPD "design check". 5% hovedtøjning i krepnen ved $21,44 \text{ N/mm}^2$ indre overtryk. Materialemodellen er baseret på Von Mises flydehypotese.

4.3 FEM/FEA – Design check for PD

Dette design check er relateret til cyklisk påvirkning af trykudstyr. Resultaterne kan videre bruges i forbindelse med beregning af udmattelse iht. EN 13445-3, sektion 18.

I sektion B.8.3 stilles der bl.a. følgende krav mht. beregning og analyse:

- Lineær elastisk, ideal-plastisk materialemodel
- Von Mises flydehypotese
- 1. ordens teori (infinitesimal tøjning)

Ved denne undersøgelse er samtlige partialkoefficienter lig med 1,0.

Der designes i dette eksempel for "elastisk shakedown", hvilket betyder at for det beregnede maksimale indre overtryk forekommer der plastisk deformation i forbindelse med de første cykliske trykpåvirkninger. Dette medfører at der dannes restspændinger i materialet, således den samlede opførsel ved de efterfølgende cykliske trykpåvirkninger er rent elastisk.

Der gennemføres to beregninger:

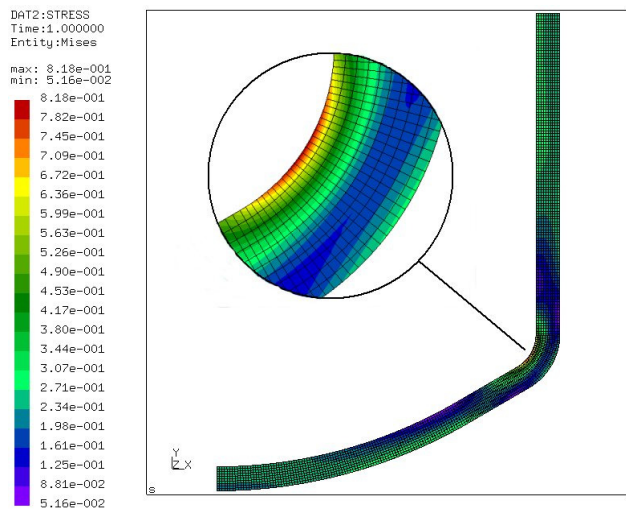
1) En beregning af kollapstrykket, P_{lim} , ved brug af en lineær-elastisk, ideal-plastisk materialemodel.

2/ En lineær-elastisk beregning med anvendelse af det under pkt. 1 fundne kollapstryk, P_{lim} .

Kollapstrykket nævnt under pkt. 1, beregnes i dette eksempel til $P_{\text{lim}} = 21,55 \text{ N/mm}^2$.

Den følgende lineær-elastiske beregning med anvendelse af det beregnede kollapstryk, $P_{\text{lim}} = 21,55 \text{ N/mm}^2$, giver en maksimal Von Mises spændingsværdi på 818 N/mm^2 i konstruktionen.

Ved matematisk at "fratrække" de lineær-elastiske spændingsværdier (pkt. 2), fra de tilsvarende spændingsværdier opnået ved brug af den ideal-plastiske materialemodel (pkt. 1), kan man få et overblik over restspændinger i konstruktionen.



Figur 4. PD "design check". Lineær elastisk beregning ved et indre overtryk på 21,55 N/mm².

Ved brug af "Melan's Shakedown Teori" skaleres spændingerne således at der opnås "elastisk shakedown". Denne teori vil ikke blive nærmere omtalt i dette skrift.

I dette eksempel findes en skaleringsværdi for elastisk shakedown på $\alpha = 0,6662$.

Derved findes et tilladeligt indre overtryk på:

$$P_{all,PD} = \alpha \cdot P_{lim} = 0.6662 \cdot 21,55 = 14,36 \text{ N/mm}^2$$

4.4 Konklusion på GPD-, PD- og formelberegninger

Det tilladelige overtryk fra GPD beregningerne er mindre end det tilsvarende tilladelige overtryk fra PD beregningerne.

Derved er det samlede tilladelige indre overtryk på:

$$P_{all,DBA} = 12,38 \text{ N/mm}^2 \text{ eller } 123,8 \text{ bar}$$

ved brug af Von Mises spændingshypotese, eller:

$$P_{all,DBA} = 12,72 \text{ N/mm}^2 \text{ eller } 127,2 \text{ bar}$$

såfremt der er benyttet en materialemodel baseret på Tresca's flydehypotese.

Ved formelberegning (DBF – Design By Formula), blev det tilladelige indre overtryk beregnet til:

$$P_{all,DBF} = 72 \text{ bar}$$

Ved formelberegning findes et indre overtryk som er markant lavere end det som blev beregnet ved brug af DBA principperne i EN 13445-3, Anneks B.

Formelberegninger vil således ikke give et optimalt resultat i dette tilfælde.

Det viste eksempel er baseret på en undersøgelse foretaget af JPVRC i 1995, hvor 15 beregninger blev gennemført med varierende element- og nodeantal samt elementtyper.

JPVRC beregningerne resulterede i et kollapsestryk som varierede imellem 20,6 til 22,9 N/mm², med et gennemsnit på 21,4 N/mm². Dette skal sammenholdes med kollapsestrykket i dette eksempel som blev beregnet til 21,55 N/mm² ved PD design check.

5.0 Samlet konklusion

DBA metoderne angivet i EN 13445-3, Anneks B og C, er gode værktøjer, som med fordel kan benyttes i forbindelse med FEM beregning og analyse af trykbærende udstyr, som ikke kan beregnes på normal vis ved brug af formler.

Metoderne er naturligvis ikke begrænset til indre overtryk, men kan også omfatte eksterne påvirkninger som vind- og snelast, røreværk, termiske påvirkninger, krybepåvirkninger, buckling/buling, ydre overtryk mv.

Principperne kan endvidere anvendes i forbindelse med beregning af bl.a. trykløse tanke og siloer, som på mange områder er udsat for samme slags påvirkninger.

Den velkendte metode angivet i EN 13445-3, Anneks C, er enkel at benytte da der anvendes lineær-elastiske beregningsmetoder med klassificering af spændingerne henover et givent tværsnit.

En ulempe ved metoden er bl.a. at det ved komplicerede geometrier kan være vanskeligt at klassificere spændingerne korrekt, hvilket kan resultere i u hensigtsmæssige resultater.

Denne problematik kommer man udover ved at anvende metoden i EN 13445-3, Anneks B, hvor resultaterne fra beregningerne er direkte brugbare i den følgende analyse.

Til gengæld kræver metoden i Anneks B at man har nogen erfaring med inelasticitet samt ikke-lineære beregningsmodeller og dertilhørende analyse.